ÁREAS Y PERÍMETROS EN LA ENSEÑANZA RÁPIDA Y VISUAL.

Salvatore Leo Incarbone

------0-----

raductor automático de italiano

Introducción al método dinámico de enseñanza rápida.

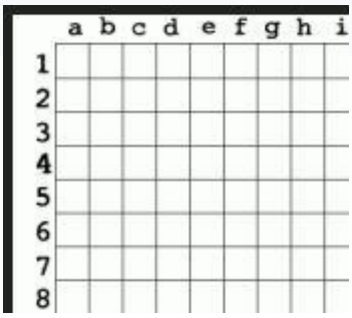
Este artículo tiende a evitar el nocionismo presente a menudo en la enseñanza de las matemáticas al proponer un método alternativo. Los éxitos obtenidos en muchos años de docencia en las más variadas materias, artísticas (música, pintura, escultura), científicas (matemáticas, física), técnicas (robótica), humanidades (psicología, magisterio), literarias (tema en blanco, poesía) y incluso los deportes (natación), demuestran que ***mover*** conceptos, figuras, ideas, desde su origen, favorece mucho ***la comprensión y el aprendizaje*** más rápido y seguro. El aprendizaje es una consecuencia de la comprensión, no al revés. ***Recuerdas mejor lo que entiendes*** (en lugar de lo que tratas de memorizar).
La regla es un punto de llegada, no una declaración de partida. Vale la pena decir cómo y por qué llegas allí. Por lo tanto, aquí también usamos una representación más dinámica (que estática) para captar la función de los diversos elementos (ideas, conceptos), esenciales para el movimiento interpretativo de las figuras dinamizadas.
Teniendo en cuenta que, en la enseñanza, los medios prácticos necesarios para el movimiento y la animación figurativa no siempre están fácilmente disponibles, se prefirió representar dos o más estados significativos y tangibles de ***dinamización*** en una misma imagen.

Así, por ejemplo, la misma figura puede representar un trapezoide o el triángulo equivalente; un paralelogramo puede tener un lado oblicuo movido para resaltar la constancia del perímetro o la constancia del área dependiendo de la dinamización ilustrada, realzando su dependencia de su configuración.
Las áreas y los perímetros se obtienen naturalmente según el criterio de una enseñanza rápida que ***no*** requiere las fórmulas enumeradas y aprendidas de memoria sino que expone razonamientos simples referidos a casos de vida, observables y en todo caso visibles. Son estos casos concretos los que permitirán al estudiante captar y elegir una forma preferida de reconstruir un ***razonamiento condensado en una fórmula***. Fórmula que pudo haber sido olvidada o no almacenada de forma forzada y segura. Sin embargo, será ***obtenible*** si se ha ***entendido***.

Las áreas y los perímetros dejan así de presentarse como simples fórmulas de recordar para ser argumentos explicados y justificados por la forma en que probablemente se originaron. Simplemente no se declaran.
El artículo es útil no solo para los estudiantes, sino también como una colección de ejemplos de enseñanza. Confiamos, por tanto, en que sea de utilidad para los docentes, que encontrarán ideas cómodas y divertidas, historias casi adorables y, sin embargo, sencillamente útiles. El esplendor de su naturalidad acercará a los docentes a los alumnos quienes a su vez los recompensarán con un mejor desempeño y simpatía por un tema muchas veces considerado difícil y difícil por una antigua dificultad en la comunicación más que por una característica intrínseca.

Ciertamente es difícil comunicar lo que no es común (como los conceptos matemáticos). Por lo tanto, la enseñanza de las matemáticas debe abordar lo que es común, visible o al menos imaginable o rastreable para poder comunicarlo más fácilmente (por ejemplo, la cuarta dimensión a veces se remonta a ejemplos tomados de la tercera).
Abrió el camino a través de una comunicación sencilla, razonable y sobre todo cautivadora, entretenida. vinculados a los casos de la vida cotidiana, explicados con nuestro método dinámico que tiene en cuenta la génesis, el origen, la visibilidad de cada tema, cada descubrimiento, se facilitará mucho el aprendizaje y la enseñanza.

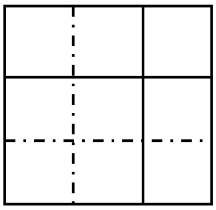
La medida en geometría. La medición de áreas y perímetros es una parte importante de la geometría. La palabra misma, geometría, significa "medida de la tierra" (Geo = tierra, metría = medida). Se sabe que los egipcios ya en la antigüedad tenían el problema de encontrar los límites de la tierra midiendo áreas y distancias después de las inundaciones del río Nilo que las arrasaron con limo. Además, la idea de una medida es la base de la ciencia moderna.



La forma más sencilla de medir las áreas de una superficie de cualquier forma es dividirla con una cuadrícula y contar el número de cuadrados que hay dentro. En la figura, ejemplo de grilla con dos referencias diferentes, una literal y otra numérica para poder distinguir una de la otra. Una propiedad de terreno trapezoidal podría reconstruirse fácilmente gracias a las referencias hechas con estacas adecuadas.
En realidad, ambas referencias pueden ser numéricas (tienen la ventaja de no tener límites en la numeración) distinguiéndolas con dos letras simples, x e y, cada una reservada para un "eje" bien definido (referencia).
Gracias a las dos referencias fue posible obtener tanto la forma como el tamaño del suelo.

Cuadrado.

Se entiende que cuanto más simple es una forma, más fácil es contar los cuadrados de la cuadrícula.
Por ejemplo, si un cuadrado tiene lado 3, su altura también tiene medida 3.
Supongamos que lo dividimos en cuadrados de lado 1. En la base hay 3 de ellos en la misma fila, pero son tres filas una encima de la otra y por lo tanto, multiplicando por las tres filas, en total tenemos nueve cuadrados 9 = 3x3 .
Sin embargo, incluso para un cuadrado o un rectángulo puede ser difícil medir el área si sus lados corresponden a números no enteros. Supongamos que tenemos un cuadrado de lado 1,5. Solo echa un vistazo al diagrama para ver que tiene nueve cuadrados con lado 0.5. Los números dentro del cuadrado indican áreas (no longitudes). Los números en el exterior indican longitudes.



El cuadrado de lado 1,5 se divide en nueve cuadrados de lado 0,5 = 1/2. El área de cada cuadrado es 05 × 05 = 0,25 (o ½ por ½ = ¼ = 0,25). Mirando la figura, está claro que el cuadrado del área 0,25 es un cuarto (¼ = 0,25) del del área 1.
El área total, formada por los nueve cuadrados, es 9x0,25 = 2,25 (o 1 + 0,5 + 0,5 + 0,25 = 2,25).
Alternativamente, al multiplicar la base por la altura, tenemos 1,5 x 1,5 = 2,25. Básicamente, se cuentan los cuadrados que se encuentran en una fila, luego se cuentan las filas que se suceden verticalmente y luego se multiplica el número de cuadrados (de una fila) por el número de filas. En general, se encuentra así que el área del cuadrado o rectángulo está dada por el producto de la base por la altura. En el caso del cuadrado, la base y la altura son iguales al lado "l" y luego el producto básico por la altura simplemente se vuelve uno al lado del otro ($l \times l = l^2$):

área del cuadrado = l^2

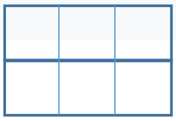
donde el 2 indica que el lado se multiplica dos veces por sí mismo, es decir, haciendo l x l

En el caso del cuadrado, se puede decir que el área viene dada por el "lado x lado" o incluso "lado al segundo", "lado al cuadrado" o quizás "cuadrado del lado".

El perímetro del cuadrado, denotado por la letra p, se encuentra haciendo p = 4 x l = 4l
(en "4l", se omite el signo de "for" que se indicaba con "x")

Rectángulo.

El rectángulo es un cuadrilátero (es decir, una figura plana cerrada por cuatro segmentos). Los segmentos se suceden en ángulo recto formando una línea quebrada cerrada; también son alternativamente iguales y paralelas de dos en dos.
Supongamos que queremos contar el número de cuadrados de un rectángulo de lados 3 y 2.



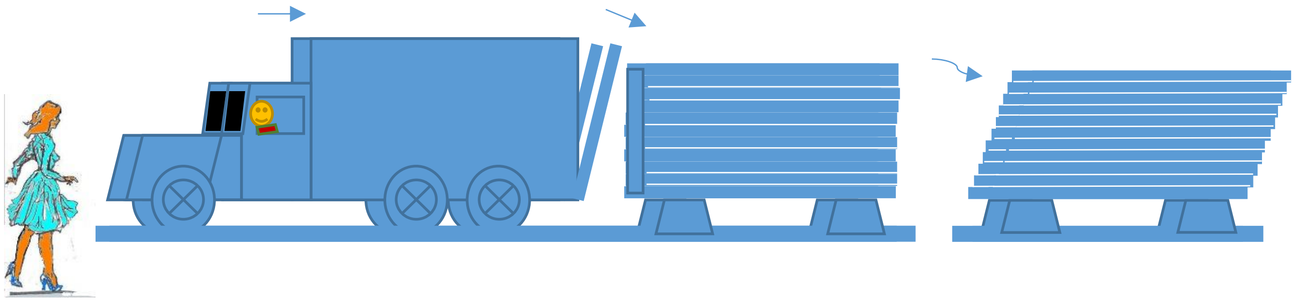
Mirando la figura, vemos que en la base hay tres cuadrados; pero en altura hay dos y por lo tanto tenemos dos lineas horizontales. Cada uno se compone de tres cuadrados. En general, el área (que por convención se evalúa por el número de cuadrados) se compone de 3 x 2 = 6 cuadrados.
En general, en un rectángulo, el área viene dada por la medida de la base b multiplicada por la medida de la altura h y se escribe:

área del rectángulo = b x h = bh

El perímetro viene dado por la suma de todos los lados que son iguales dos por dos y por lo tanto tenemos:
p = 2b + 2h = 2 (b + h)

Paralelogramo.

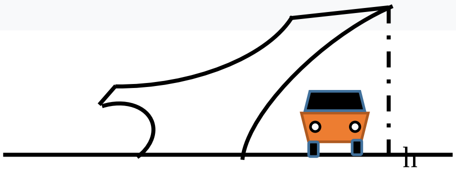
Imagina ver muchos listones de madera horizontales colocados uno encima del otro que forman una pila vertical. En general, forman una figura rectangular.
Supongamos ahora que un camión tiene que cargarlos y durante la maniobra de marcha atrás -para una distracción del conductor- la puerta trasera de la carrocería se suelta y golpea la pila, deformándola.



Las tiras se deslizarán una sobre la otra, formando casualmente la forma de un "paralelogramo". Es evidente que aunque ha cambiado la forma, la altura de la pila no ha cambiado ya que la tira más alta, deslizante, sigue estando a la misma altura que antes.
De hecho, en el paralelogramo tenemos una base, por ejemplo horizontal, luego dos lados oblicuos y finalmente una parte superior horizontal que, aunque se haya movido por deslizamiento, ha permanecido igual y paralela a la base. La altura a la que se encuentra la franja más alta está siempre en la misma cima que antes; la altura debe evaluarse según una línea "vertical", (nunca oblicua).

Ahora imaginemos que el lado visible de la pila debe terminarse con un barniz protector. El número de botes de pintura necesarios es naturalmente proporcional al área visible.
Después del accidente, la pila ha cambiado de forma pero la superficie a pintar no ha cambiado en absoluto ya que las tiras son siempre las mismas aunque se hayan movido deslizándose horizontalmente unas sobre otras; por lo tanto, la pintura se puede realizar con el mismo número de botes, es decir, el área a pintar no ha cambiado en absoluto.

Por ejemplo, una estación de ferrocarril o una estación de servicio de automóviles puede tener una marquesina que se desarrolla con una arquitectura extraña y líneas oblicuas o curvas, pero la altura útil de la marquesina debe contarse desde su vértice, es decir, desde el punto más alto. En cualquier caso, cuenta el punto más alto por encima de las personas - y la altura h desciende hasta el suelo según la línea vertical (nunca oblicua) que sirve para resguardarse de la lluvia o del sol al mediodía.



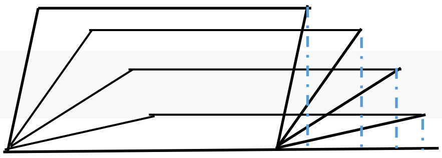
Denotamos la base con b, con q un lado oblicuo, con h la altura. Entonces nosotros tenemos

área del paralelogramo = b x h = bh

Volviendo al perímetro del paralelogramo, este viene dado por la suma de las longitudes de sus lados. Luego haremos la suma de las dos "bases" (una en la parte inferior y otra en la parte superior) más la suma de los dos lados oblicuos (que ahora cuentan en su lugar).

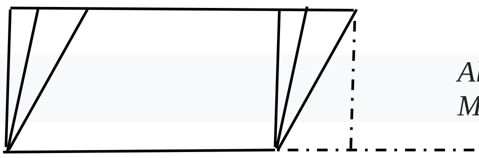
perímetro del paralelogramo = 2b + 2q = 2 (b + q)

Si en un paralelogramo se conocen la base y el lado oblicuo -pero no la altura- no se puede calcular el área porque, con el mismo lado oblicuo, el área depende de la altura (que varía con el ángulo del lado oblicuo) que el base).



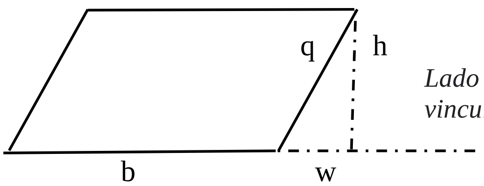
Base constante. Lado oblicuo giratorio y altura variable
*Manejo de **perímetro constante** (y área variable)*

*El lado oblicuo de la figura gira y es siempre el mismo en los distintos paralelogramos, pero las alturas son diferentes aunque el lado oblicuo sea el mismo. En consecuencia, las áreas son todas diferentes y decrecen a medida que se baja el lado oblicuo, pero se observa que **el perímetro permanece constante**, es decir, siempre el mismo.*



Altura constante. Lado oblicuo variable
*Manejo de **área constante** (y perímetro variable)*

*Si por el contrario la altura y la base siguen siendo las mismas, entonces **el área sigue siendo la misma** pero esta vez **el perímetro cambia** ya que el lado oblicuo cambia (en longitud) al inclinarse.*



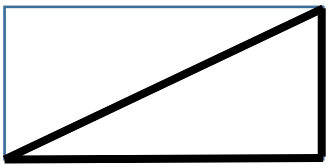
Lado oblicuo q,.la altura h, y la sombra w, están vinculadas entre sí con el teorema de Pitágoras

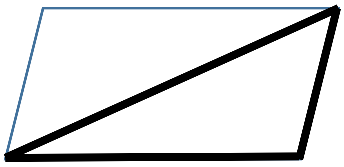
Si conoces la base b, el lado oblicuo q y la sombra w del lado oblicuo sobre la línea base, entonces puedes obtener la altura h (con el teorema de Pitágoras) y calcular el área. El perímetro está dado por la fórmula escrita arriba. La sombra w también puede llamarse "proyección del lado oblicuo sobre la linea base".

Nótese que si además de la base b, se conocen el lado oblicuo q y su "sombra" w sobre la horizontal, entonces se puede calcular la altura con el teorema de Pitágoras (vea abajo) y se puede calcular el área. Este teorema solo se aplica a los triángulos rectángulos (es decir, que tienen un ángulo recto, es decir, 90 °). En nuestro caso, de hecho, se forma un triángulo rectángulo con lados q, h, w.
Basta conocer dos de estos tres elementos para calcular el tercero con el teorema anterior.
De hecho, si desea el perímetro pero no se da q, esto se puede obtener a partir de h y w.

Triángulo.

En un triángulo, el área se calcula multiplicando la base por la altura y dividiendo por dos. De hecho, el triángulo puede considerarse como la mitad de un rectángulo o un paralelogramo (de igual base y altura). Esto se puede ver en la figura.



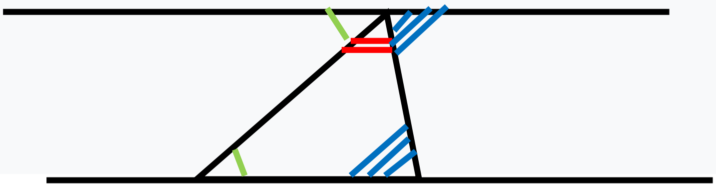


area del triangulo = (b x h)/2 = bh/2

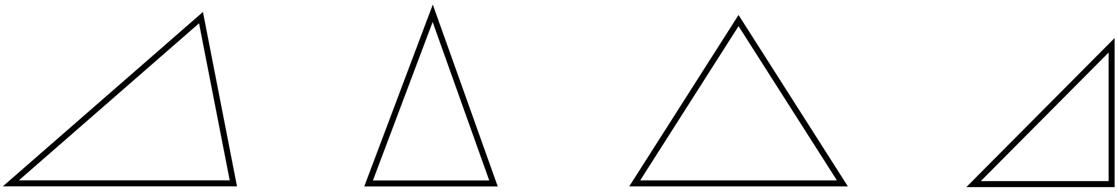
El perímetro del triángulo viene dado por la suma de los tres lados a, b y c, es decir:

$$p = a + b + c$$

El triángulo se llama ***escaleno*** *cuando ninguno de los tres lados es igual a otro.*
Estrictamente hablando, es ***isósceles*** *cuando solo dos lados son iguales entre sí.*
Se dice ***equilátero*** *cuando los tres lados son todos iguales entre sí (p = 3l).*
Se llama ***triángulo rectángulo*** *si uno de los ángulos es recto. (En cualquier triángulo puede haber como máximo un solo ángulo de 90° o más. En cualquier caso, la suma de los tres ángulos siempre es de 180° como se muestra en la figura).*



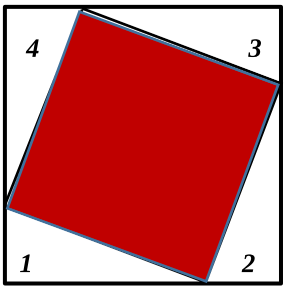
Para Tales, los ángulos internos alternos formados entre dos paralelas cortadas por una transversal son iguales. De la figura se puede ver que 180 ° (ángulo plano) es la suma de los ángulos internos de cualquier triángulo (180 ° = verde + rojo + azul).

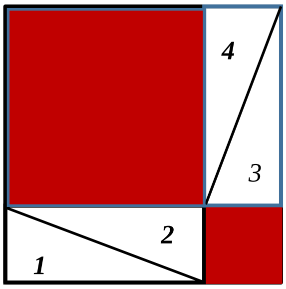


“ Escaleno” “Isósceles” “Equilátero” “ Tr.Rectángulo”

Teorema de Pitágoras (*)

Dada su importancia es bueno recordar que el teorema de Pitágoras al que nos referimos se aplica a los tres lados de los "triángulos rectángulos" que son todos aquellos que tienen a lo sumo un solo ángulo recto. El lado más largo del triángulo rectángulo se llama "hipotenusa", mientras que los otros dos lados más pequeños se llaman "catetos".





Mirando la figura, inmediatamente ve que **el área en rojo** (no numerada) es **la misma en ambos casos**. De hecho, el contenedor cuadrado grande es idéntico en construcción y también lo son los triángulos rectángulos (numerados) siempre iguales. Todos son siempre iguales, incluso si están dispuestos de diferentes maneras. Por lo tanto **el área del cuadrado** rojo de la primera figura es igual a la **suma de las áreas de los dos cuadrados** rojos de la segunda figura. (El movimiento se obtiene imaginando pasar de una figura a otra moviendo los triángulos 1, 2, 3, 4).

El área en rojo en la primera figura es el cuadrado de la hipotenusa "i".

El área roja total en la segunda figura es la suma de los cuadrados de los catetos que indicamos con "c1", "c2".

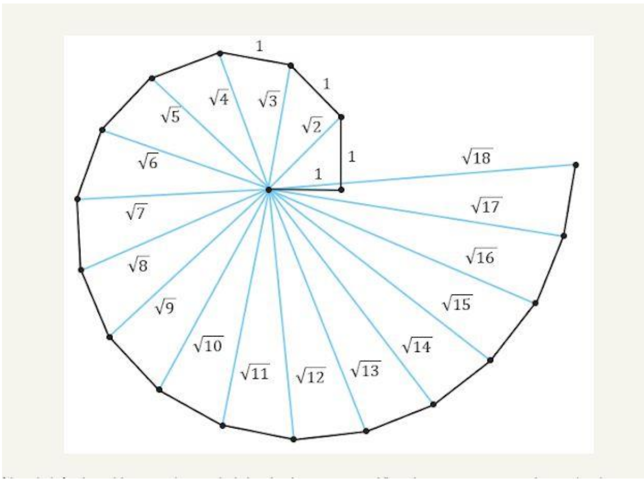
Por tanto el teorema establece que el cuadrado de la hipotenusa es equivalente a la suma de los cuadrados de los dos catetos, es decir:

$$i^2 = c_1^2 + c_2^2$$

relacion que calcula la hipotenusa i conociendo los catetos. De hecho, sacando la raíz cuadrada de ambos miembros tenemos: i = raíz cuadrada del segundo miembro = raíz cuadrada de la suma (+) de los cuadrados de los catetos

La misma relación también te permite calcular uno de los catetos conociendo tanto la hipotenusa como el otro lado:

$$c_x = \sqrt{i^2 - c^2}$$



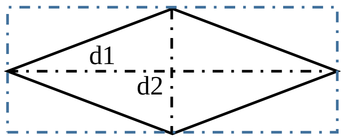
La espiral de raíces descubierta por Teodoro de Cirene. En el centro de la espiral que quieres construir, colócate el final de un segmento, de longitud considerada convencionalmente unitario, en posición horizontal. Comenzando desde su extremo derecho, coloque otro segmento unitario en un ángulo de 90° con respecto al primero. Se obtiene una división abierta; unión entre ellos los dos extremos obtenemos una línea diagonal que para el teorema de Pitágoras mide la raíz de $1^2 + 1^2 =$ es decir = raíz de (1 + 1) = raíz de 2.

Continuar organizando los segmentos uno tras otro unitario, a 90° con respecto a las diagonales que paulatinamente forma, obtendremos una "espiral de las raíces" de la números enteros, como en la figura.

La espiral al lado representa las raíces de los números enteros del 1 al 18, pero puede continuar según lo desee. Había redescubierto esta espiral al final de la escuela secundaria, casi por diversión, sin saber nada de Teodoro de Cirene (de la antigua escuela pitagórica). Cirene está en Cirenaica (Libia).

Rombo.

El rombo es un paralelogramo con los cuatro lados iguales entre sí. Dos diagonales d1 y d2 son importantes. Estas diagonales son iguales y paralelos a los lados del rectángulo que contiene el rombo como en la figura, es decir, tales que se encuentran con los vértices del rombo en sus puntos medios (son puntos medios de los lados del rectángulo que contiene, en sombreado).



De la figura se puede ver que: el área del rombo puede estar dada por el producto de las diagonales dividido por 2. De hecho el área del rombo es divisible en cuatro partes iguales (delimitadas por las rayas) que son respectivamente iguales a tantas partes (en blanco) del rectángulo contenedor. Tenga en cuenta que las diagonales son perpendiculares entre sí. Delimitan cuatro triángulos todos iguales entre sí. La diagonal más grande es la más larga, la otra es la diagonal más pequeña. Si es igual, el rombo es un cuadrado.

Alternativamente, el rombo puede considerarse como compuesto por dos triángulos isósceles, uno invertido con respecto al otro. El área de uno de estos triángulos isósceles viene dada por la base d1 por la altura d2/2, todo dividido por 2, es decir (d1) (d2/2)/2 = (d1d2)/4. Pero los triángulos son dos y por lo tanto el área total es el doble, es decir, 2 veces (d1d2) / 4 = (d1d2) / 2.

Naturalmente, el perímetro está dado por cuatro veces un lado del rombo. Es claro que cualquiera que sea el procedimiento o la forma de considerar la figura, el resultado siempre es el mismo y el cálculo siempre se hace con la misma fórmula final: en cualquier caso, se llega al mismo resultado final.

área de rombo = $(d_1\, d_2)$ / 2

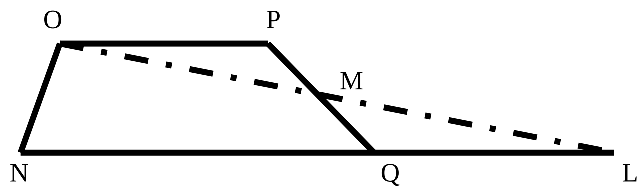
Perimetro del rombo = 4l

***Nota**: por supuesto, el rombo también es un paralelogramo particular ya que los lados son iguales y paralelos de dos en dos. En consecuencia, también puede tratarse como tal: suponiendo un lado como base, es necesario conocer o derivar la altura con respecto a la base elegida. El área del rombo se puede calcular de cuatro formas diferentes. Más información más avanzada sobre rombos (por ejemplo, con trigonometría, que por ahora no usamos aquí) se puede encontrar en "Wikipedia de rombos", Internet.*

Trapecio.

El trapezoide es un **cuadrilátero con solo dos lados paralelos**. Estos dos lados paralelos se llaman base mayor B y base menor b (aunque eventualmente sean iguales entre sí, pero entonces tendríamos un paralelogramo).

La altura se simboliza con h. El área viene dada por la suma de las bases por la altura, todo dividido por dos: veamos por qué de dos maneras diferentes. Podremos elegir el que más nos guste: suele ser el que **mejor recordamos** y por eso es útil para obtener la fórmula al momento en caso de olvido.

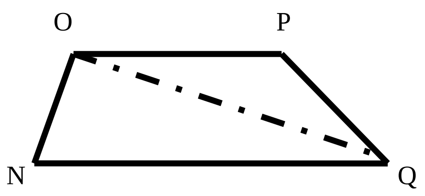


En la primera figura consideramos el punto medio M que divide el lado oblicuo PQ en dos partes iguales. Por este punto pasamos la recta que corta el vértice O de la base menor y corta en L la prolongación de la base mayor NQ. Observamos que los dos triángulos MPO y MQL son iguales ya que los segmentos MP y MQ son iguales por construcción (M punto medio, divide a PQ en dos partes iguales).

Ademas, la recta OL actúa como transversal de las bases que son paralelas, generando ángulos iguales con respecto a estas;

esquina POM = esquina QLM

Además, los ángulos opuestos al vértice en M son iguales entre sí. Por estas razones, los dos triángulos MPO y MQL son iguales.
En consecuencia, el triángulo ONL es equivalente al trapecio ONQP. El área de ONL es igual a la base NL (que es la suma de las bases del trapecio) por la altura del trapecio, dividida por 2, es decir: *(B + b)h/2*



En la segunda figura, la diagonal OQ corta el trapezoide en dos triángulos, uno de base mayor NQ y otro de base menor OP. Por tanto el área del trapecio viene dada por la suma de las áreas de los dos triángulos y por tanto:

área del trapecio = Bh / 2 + bh / 2 = (B + b) h / 2

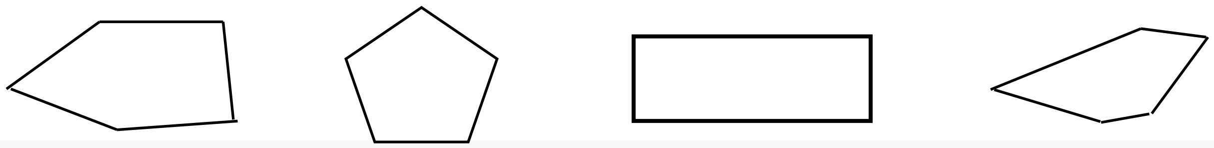
perímetro del trapecio = suma de los cuatro lados

Las dos cifras y las demostraciones relativas de las fórmulas se proporcionan aquí para comodidad de **elección** de los que memorizan.

Polígonos regulares.

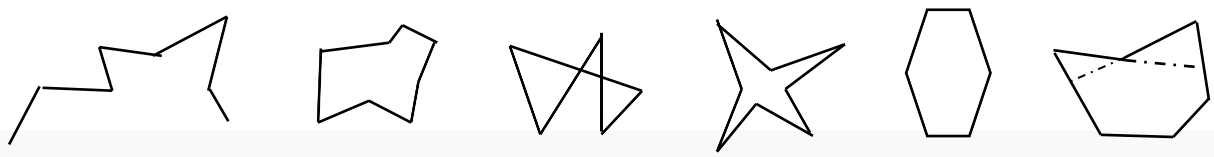
En griego poli significa "muchos" y gono significa "ángulo". Por lo tanto, un polígono es una figura con muchos ángulos.
En la práctica, sin embargo, nos referimos a algo más que esto, más que una simple línea discontinua que tiene muchos ángulos, ya que generalmente nos referimos a una figura plana cerrada formada por una línea discontinua tal que su **<u>último punto coincide con el primero</u>**.
Se genera así una figura cerrada, tal vez entrelazada, pero en todo caso tal que -recorriéndolo todo- se puede volver a encontrar con el punto de partida.
El polígono puede estar entrelazado o quizás estrellado y el ángulo entre dos segmentos consecutivos puede ser cualquiera.
Por lo tanto, el polígono se entiende como una figura plana dentro de una línea quebrada cerrada cuyos segmentos son "lados" del polígono. Los puntos comunes a dos lados se llaman "vértices".

Si los lados del polígono no se entrelazan, el polígono es simple, de lo contrario es *<u>complejo</u>*, es decir, *<u>entrelazado</u>*.

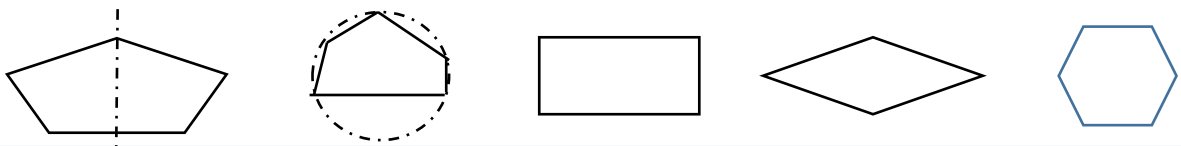


<u>Lados iguales, ángulos diferentes</u>	<u>Lados iguales, ángulos iguales</u>	<u>Lados diferentes ángulos iguales</u>	<u>Lados diferentes ángulos iguales</u>

En general, no hay relación entre el tipo de lados y el tipo de ángulos.



Abierto roto	"Polígono" cerrado	Entrelazado	Estrellado	Convexo	Cóncavo



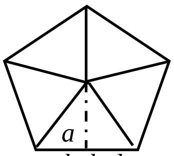
Simétrico	Cíclico	Equiángulo	Equilátero	Regular

Un ***<u>polígono es regular</u>*** no solo si es ***<u>convexo</u>*** (es decir, cada ángulo interno no es mayor que un ángulo plano), sino también si es ***<u>equilátero</u>*** (es decir, tiene todos los lados iguales), y también ***<u>equiángulo</u>*** (tiene todos ángulos iguales); es ***<u>cóncavo</u>*** si al extender (sombrear) ***<u>al menos un lado, el polígono se corta en dos</u>***. Un polígono puede ser ***<u>simétrico</u>*** con respecto a una o más líneas rectas llamadas "ejes de simetría" que lo cortan ***en partes especularmente iguales***. ***<u>Cíclico</u>*** si está inscrito en una circunferencia.

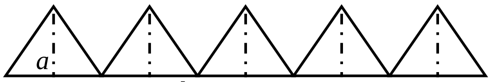
Los **polígonos regulares** tienen al menos tres lados (triángulo equilátero). Por supuesto, todos tienen los mismos lados y ángulos.
Los más comunes (según el número de lados) son: *<u>triángulo equilátero, cuadrado, pentágono, hexágono, heptágono, octágono, enágono, decágono, endecágono, dodecágono (que tiene 12 lados)</u>*. Los ángulos son tantos como los lados.
El círculo puede ser considerado como un polígono regular formado por infinitos lados de longitud infinitesimal, es decir, infinitamente **pequeños** o “lo suficientemente pequeños como se desee en relación con los fines pretendidos”.
Consideremos cualquier polígono regular, por ejemplo un pentágono.

Pentágono.

Imaginemos que tenemos un pastel pentagonal. Córtalo en cinco porciones iguales. El contorno de la tarta se cierra con cinta comestible. Luego, las porciones pueden disponerse juntas y cerca unas de otras a lo largo de una tira recta como en la figura. Así tenemos cinco triángulos todos con la base en el mismo segmento (la cinta). Conociendo la longitud de un lado, el perímetro viene dado por la longitud del lado, multiplicada por el número de lados.
El área se obtiene multiplicando la base de uno de estos triángulos por su altura que se llama "Apotema" (sombreada en la figura). El término deriva de un verbo griego que significa "dejar" con referencia al segmento "bajado" desde el centro del polígono perpendicular a uno de sus lados.



l=lado



5l= perimetro

Perímetro del pentágono; p = 5 l. Área del pentágono: (lado x apotema / 2) x5 = (5la)/2 = (pa/2) = medio perímetro x apotema

Para derivar el área es necesario conocer la altura de cada triángulo. Esta altura es obviamente la apotema.
El área viene dada por la suma de las áreas de los triángulos (isosceles) que forman el polígono regular.
Si l = lado, a = apotema, n = número de lados (es decir, número de triángulos), para cualquier polígono regular de n lados:

Perímetro del polígono = nl
Área del polígono = (al) (n) / 2 = a (nl) / 2 = ap / 2 ("apotema para medio perímetro")

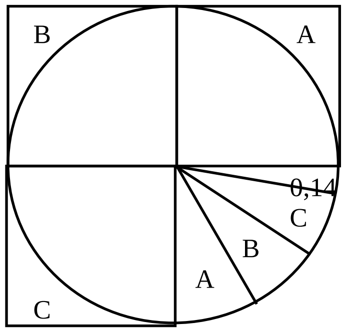
Circunferencia.

La circunferencia encierra al círculo por dentro y se puede dibujar con un compás.
Comencemos con una definición de lugar geométrico. El conjunto de todos los puntos que satisfacen la misma ley geométrica se llama lugar geométrico. Un ejemplo es la circunferencia. Por supuesto:
"La circunferencia es el lugar geométrico de todos los puntos que equidistan de un punto fijo llamado centro". El segmento de longitud máxima, todo contenido en el círculo, pasa por el centro, conecta dos puntos opuestos en la circunferencia y se llama "***diámetro***".
El diámetro es el doble del "radio r". El radio luego conecta el centro del círculo con cualquier punto en él.
La longitud de la circunferencia se puede calcular en relación con el diámetro. Si preparamos una cuerda de igual longitud a la del diámetro y con esta cuerda seguimos la línea de la circunferencia, veremos que es unas 3,14 veces la longitud de la cuerda.
El número 3,14 es aproximado, pero Arquímedes lo calculó con una aproximación excepcionalmente buena para su época. Las matemáticas modernas han logrado calcular este número con un número de dígitos después de la coma prácticamente a su antojo, pero sabemos que es un número con infinitos dígitos diferentes: por lo tanto, se acordó indicarlo con la letra л (es la "p "del alfabeto griego). Esta elección literal se debe prácticamente al matemático suizo Euler.
El perímetro del círculo, comúnmente llamado "circunferencia", viene dado por la fórmula (donde r = radio, 2r = diámetro):

circunferencia = (2r) л = 2 л r

Para hacernos una idea de cómo es el área del círculo, podemos hacerlo al menos de dos formas diferentes.

Primero, consideremos el radio; su cuadrado cubre en parte el círculo pero sobresale en parte. Consideremos tres de estos cuadrados. Al hacer esto, podemos cubrir las tres cuartas partes del círculo, pero tenemos tres protuberancias más que llamamos A, B y C.



Entonces podemos mover estas tres protuberancias y llenar tres porciones - porciones aproximadamente triangulares - de la parte del círculo aún no cubierta por cuadrados; sin embargo, queda una franja que vale "0,14 veces" un pequeño cuadrado de nuestra cuadrícula (poco más de una décima parte). El área del círculo vale entonces 3 cuadrados más 0,14 de un cuadrado; en total 3 + 0,14 = 3,14 cuadrados. Por supuesto, cada cuadrado tiene un área r2 porque está construido sobre el radio r. Por lo tanto el área del círculo es:

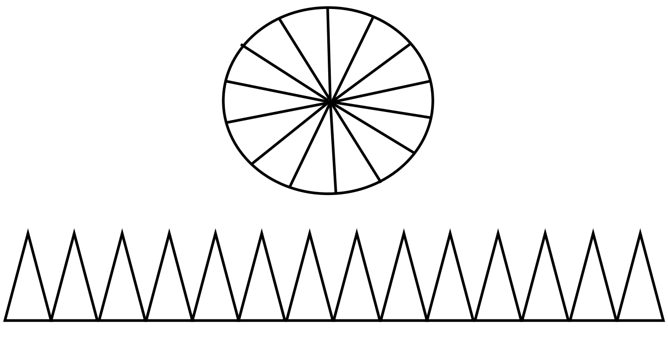
área del círculo = 3.14 r^2 *= л* r^2 ➔ ("*pi griega r cuadrado*")

En una segunda forma, consideramos el círculo como un polígono con infinitos lados infinitesimales, es decir muy pequeño y, como si fuera un pastel, cortamos porciones muy finas en un patrón radial. Imagínate cortándolos, si es necesario, cada vez más finos. El borde de la circunferencia está pegado a una cinta adhesiva, ahora abrimos el radial para que la cinta quede dispuesta a lo largo de un segmento recto sobre el que se disponen las finas rebanadas triangulares de la "torta".
El área total de estos triángulos es equivalente al área del círculo así como para un polígono. Por lo tanto, es suficiente multiplicar la suma de todas las bases (es decir, la circunferencia 2*л*r) por la altura h, que también puede considerarse como un apotema "a" (es decir, el radio r = h = a) y dividir por 2 porque estamos tratando con triángulos. Entonces tenemos:

área del círculo = (2rл) x (a) / 2 = (2rл) x (r) / 2 = (2 r^2*л) / 2 = л r*^{2} ➔ *("pi griega r al cuadrado")*

. (Arquímedes use el polígono de 96 lados y encontró *л = 3.141 ... ¡con tres lugares decimales exactos!*)

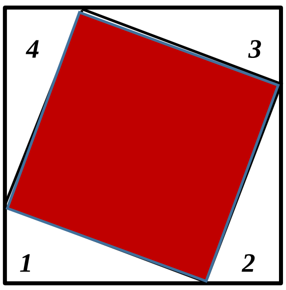
л

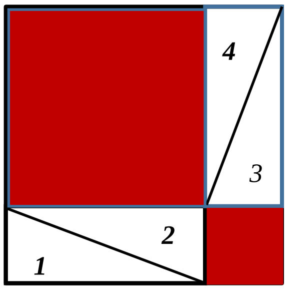


Naturalmente, en el círculo, los triángulos tienen un lado curvilíneo porque no son lo suficientemente "pequeños", pero podemos "aproximarlos" igualmente con un triángulo conveniente que tenga en cuenta la curvatura. Sin embargo, es legítimo pensar en tratar con triángulos "lo suficientemente pequeños" como para ***no poder distinguir el segmento curvilíneo básico de uno recto***.

(*) INGENIOSOS ALBAÑILES DEMUESTRAN EL GENIO PITAGÓRICO.

.





Hay varias demostraciones del teorema de Pitágoras pero una de las más sencillas y divertidas quizás la dieron unos albañiles que construyeron un suelo.
Cuando terminaron el trabajo, notaron que había un agujero visible en el piso; faltaba un azulejo de forma cuadrada.
“Hay algunos restos de tejas por ahí”, dijo uno de ellos.
"¡Bravo, pero esos son solo recortes, además triangulares mientras que el agujero es cuadrado porque falta todo el mosaico!" dijo otro.
"En este punto, debe pedir un mosaico nuevo ... ¡por supuesto que llevará tiempo!"
"¡Mientras tanto, algunos recortes llenarán el agujero más o menos!" insistió el primero.
"¡Aquí mira! ya llevo cuatro, las mas bonitas son estas, las demas estan todas mas astilladas"
El primero tomó las cuatro piezas y trató de llenar el agujero. Por supuesto eran recortables para adaptar a las paredes.
Y aquí están las cuatro piezas dispuestas en los cuatro lados del cuadrado.
"¡Ahora el agujero es más pequeño!" exclamó el primero satisfecho.
"¡Sí, es cierto, pero el agujero está mal!" (El buso de la foto es rojo).
"Intentemos poner las piezas de otra manera..."
Los recortes se reorganizaron para tener bordes paralelos a los bordes del agujero y la teja.
“¡Por suerte lo hicimos! ¡El agujero se ve menos!”. dijo el primero de nuevo.
"¡Por supuesto! pero esta vez hay dos agujeros… ¡aunque sean un poco más pequeños que antes!”. Él era el escéptico.
Uno que sabía mucho y estaba observando la escena en silencio, susurró: “¡Chicos, no se hagan ilusiones! ¡La extensión del agujero es la misma! ¡No has hecho más que demostrar el teorema de Pitágoras!
"¿Y cuál sería?"
“Sería que el hueco resultante es siempre el mismo, sin importar cómo se giren los recortes: el hueco de la baldosa es el que es y el área de los recortes es siempre la misma, sin importar cómo se coloquen. ¡Quiero decir que el área vacía es siempre la misma que el agujero grande menos los recortes! ¡Pero nada cambia! ¡Este es precisamente el teorema de Pitágoras!”
“¡Sí, eso es correcto! La parte vacía es la misma de todos modos ", exclamó el primero un poco decepcionado.
"Pero, ¿quién es este Pitágoras, no será el de la tabla de multiplicar?"
"¡Solo él!"
"¡Por supuesto, entonces este Pitágoras debe haber sido un genio!"
"Básicamente, el agujero cuadrado en la hipotenusa de un triángulo rectángulo, es decir, el cuadrado en el lado largo de cada recorte, es equivalente a la suma de los agujeros cuadrados en los catetos, es decir, aquellos con los lados cortos de los cuatro recortes. !" susurró el taciturno, casi hablando solo...
-------0-------
Nota. La ventaja de esta demostración es que es sencilla, divertida, se apoya en una fábula que es posible en la vida real y, sacando fuerza de ella, es prácticamente imborrable en la memoria y además más fácil de aplicar en la práctica, precisamente porque es más fácil de obtener en este momento y por lo tanto "recordar". El relato actúa como intermediario entre la memoria y el teorema.
Psicológicamente, el factor visual también juega un papel ya que el cuadrado de la hipotenusa está inclinado y de manera diferente al par de cuadrados relacionados con los catetos. Esto sugiere una relación de separación pero también una equivalencia cuadrática entre hipotenusa y catetos. Una demostración nunca debe ser una carga para la mente, sino que siempre debe ser lo más simple posible.
Contar y recordar un chiste puede ser más fácil de recordar el teorema que enunciarlo directamente como dogma. La historia también muestra y utiliza una característica esencial de la inteligencia: encontrar lo que permanece constante, es decir, la esencia, en lo que parece cambiante, variable. En el teorema, los lados y las formas de los cuadrados varían, pero resulta que hay una medida de área que, en cambio, permanece constante, igual a sí misma, a la que se puede hacer referencia y usar, si es necesario, como un punto de apoyo.