

SCALE TEMPERATA E ZARLINIANA. GONIOMETRO MUSICALE

di
Salvatore Incarbone

Copyright@IncarboneSalvatore2016

-----0-----

INDICE

Presentazione.

Pitagora, Zarlino, Werkmeister e le loro scale.

Goniometro musicale.

Ettagono della scala temperata delle sette note o "diatonica".

Goniometro temperato.

Goniometro zarliniano.

Tabella della scala naturale zarliniana.

Conclusione.

Bibliografia.

Presentazione. Alcuni si domandano perché le note musicali siano quelle che sono, cioè in numero limitato, con dei nomi che le individuano formando così una scala discontinua (con salti fra una nota e l'altra).

La scala è un fenomeno universale: presente in tutti i popoli e in qualsiasi epoca storica, può variare in numero di note ma ha alcune caratteristiche che sono comuni a tutti.

Il numero dei gradi è sempre limitato. In Occidente i gradini sono dodici, ma quelli che hanno un nome di "nota" sono soltanto sette e gli altri cinque sono considerati "alterazioni" delle note. Il motivo di ciò è che la scala "naturale" per l'uomo delle nostre culture occidentali sembra sia costituita appunto soltanto da sette suoni: in altre culture, esistono scale di solo cinque note, oppure più ricche di gradi, per esempio diciassette o più, a seconda dell'area geografica.

Spesso ci si domanda inoltre perché mai gli strumenti musicali riescano a produrre suoni così **armoniosi** e, pur ricorrendo alla spiegazione che consiste nell'invocare l'esistenza delle vibrazioni "armoniche", non si vede come queste possano influire sull'armoniosità del suono prodotto.

Più oscuro e discusso ancora è il motivo per cui fra tutte le vibrazioni più o meno rapide (di corrispondenti frequenze) generate in una corda o in tubo sonoro, **l'altezza è determinata da quella più lenta**, cioè da quella di più bassa frequenza.

Per comprendere questi e altri fenomeni che rendono la musica qualcosa misteriosa e apparentemente difficile da comprendere, bisogna entrare nel merito del perché esista davvero una **scala "naturale"** che sembra la più vicina al nostro comune **modo di sentire le sonorità** e comprendere in che cosa consista la nostra sensibilità musicale o – per meglio dire – perché mai la musica sembra avere un così grande potere su di noi. A riprova, non c'è spettacolo che non sia accompagnato da musica nella stragrande maggioranza dei casi.

E' poi un fenomeno universale che **"l'ottava" sussista in tutte le scale del mondo** e che i due suoni che la definiscono hanno l'**identico nome**: le scale musicali non sono infinite ma sono tali che il suono sembra ripetersi molto simile ad un'altezza maggiore o minore. Questo fenomeno è degno di attenzione anche se a volte è trascurato: dopo i dodici suoni dei gradini della scala, se ne hanno altri dodici molto simili ai precedenti e così via. E' per questo motivo che i tasti del pianoforte pur

essendo 88, i nomi delle note sono soltanto dodici. Un “do” può essere alto o basso ma è sempre un “do” perché il nostro udito lo riconosce come tale. Tutti i do formano una “famiglia” di suoni che si somigliano e hanno lo stesso cognome “do”; così pure tutti i “re”, tutti i “mi” e così via. I nomi si ripetono in maniera ciclica – come si può anche vedere semplicemente osservando la tastiera di un pianoforte: i tasti bianchi e neri si alternano ciclicamente in maniera del tutto regolare.

Tutti questi fenomeni sono degni di nota anche se poco compresi. Ci siamo così assunti il compito un poco gravoso per il tempo e per l’impegno richiesti, di portare un po’ di luce sulla nascita della scala naturale e della successiva (e odierna) scala temperata.

Come diceva Galilei, siamo pigmei sulle spalle di giganti - fisici, musicologi, fisiologi, psicologi e filosofi - come Pitagora, Zarlino, Werkmeister, Rameau, Helmholtz, Kant e tanti altri che ci hanno preceduto. Pertanto saremo lieti se avremo dato un modesto contributo che avvicini alla soluzione dei problemi su accennati e ad altri ancora che si presenteranno. (V. anche il nostro articolo: “Verso la comprensione della musica”).

Pitagora, Zarlino, Werkmeister e le loro scale. Le scale naturali note sono solo di due tipi: pitagoriche oppure a rapporti semplici (come la zarliniana).

La scala naturale Pitagorica si basa sui rapporti fra i numeri primi 1, 2 e 3. E’ la più arcaica e primitiva.

La scala naturale di Zarlino (già proposta nell’antichità) si fonda invece sui rapporti fra i numeri primi 1, 2, 3, 5. E’ la più melodica.

La scala di Werkmeister (a lui attribuita ma più volte proposta prima di lui) è quella “temperata”: è la scala più armonica nel senso che è la più adatta alle modulazioni (passaggi di tonalità). Si tratta di una scala di dodici gradini calcolata in maniera che la distanza (il rapporto) che c’è fra un suono e il successivo è sempre costante ed è quindi unico. Il suo valore è :

$$x = \sqrt[12]{2} = 1,05946309 \sim 1,059$$

Poiché ogni suono – in qualsiasi tipo di scala, anche non occidentale – si ripresenta somigliante in maniera ciclica, la maniera più semplice di confrontare le scale fra loro è di porle su un cerchio.

Goniometro musicale. Per avere un’idea della struttura delle scale, abbiamo costruito un “goniometro musicale” con cui mettere a confronto le altezze dei gradini sonori.

Il più semplice goniometro è senza dubbio quello “temperato” poiché la distanza fra i dodici suoni è sempre la stessa. Sfruttando la ciclicità insita nella natura del suono così come è percepito, abbiamo disposto le note della scala temperata sul bordo di un cerchio, cosicché partendo da una qualsiasi dei dodici gradini, si può tornare a quello di partenza dopo un giro completo.

La distanza in termini di sonorità è stata tradotta in termini angolari e l’angolo che separa due gradini consecutivi è sempre lo stesso: $360^\circ/12 = 30^\circ$.

I dodici punti ottenuti sul cerchio, dal punto di vista geometrico, rappresentano dunque i vertici di un dodecagono regolare.

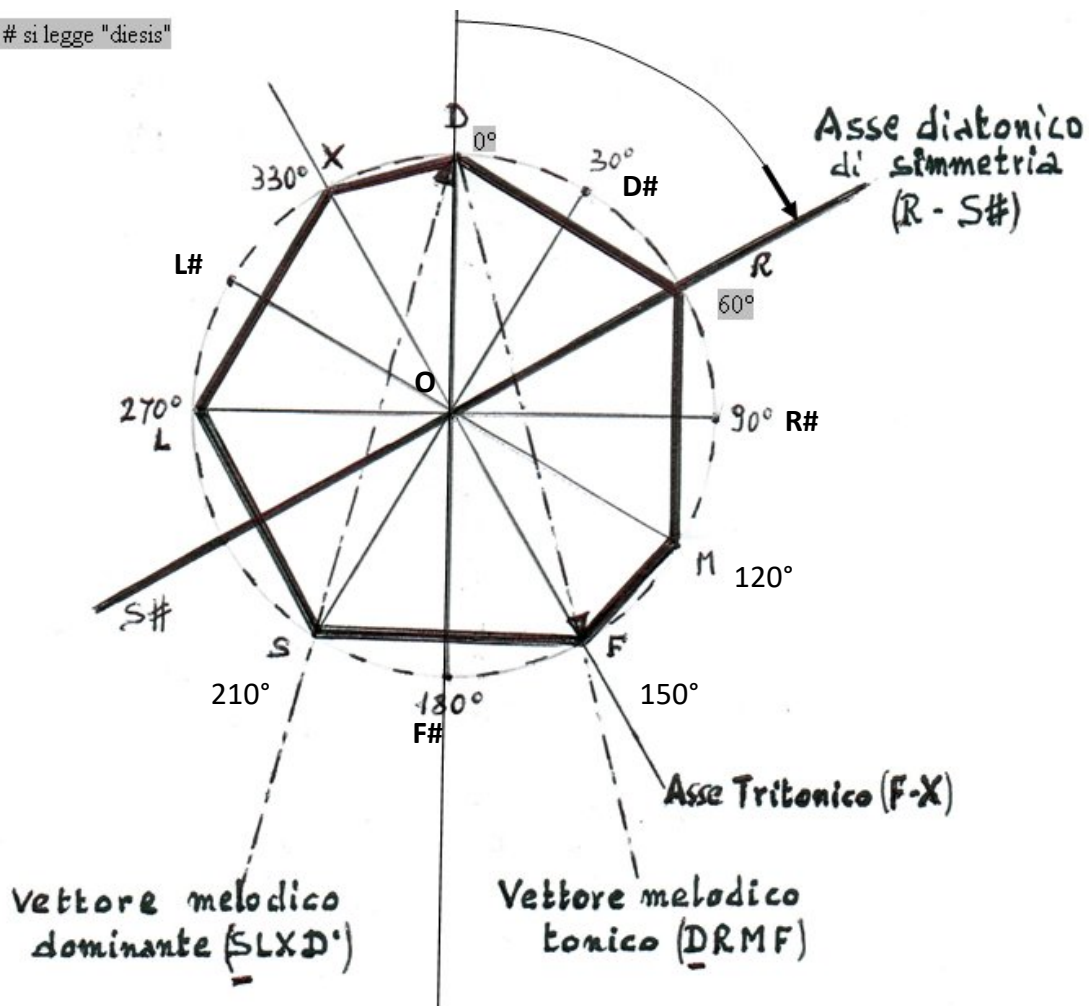
A questo punto conviene distinguere fra la **scala temperata completa dei dodici suoni** o “dodecafonica” e la scala più vicina alla scala naturale dei sette suoni. Li indicheremo con le loro iniziali (D, R, M, F, S, L, X, D’..) relativamente a: do, re, mi, fa, sol, la, si, do’ (l’apice per il do, significa “do più alto”).

Il “si” è indicato con X per non confonderlo con il “sol”.

La scala delle sette note è detta **“scala diatonica”** e la distanza fra le note non è sempre la stessa. Nella scala dodecafonica la distanza angolare è sempre uguale a 30° ed è detto **“semitono”**. Nella scala diatonica, la distanza di un semitono si trova soltanto due volte: fra M e F e fra X e D'. In tutte le altre coppie di suoni, la distanza è sempre di **“un tono”** (ovvero di **“due semitoni”**). I sette punti della scala diatonica, dal punto di vista geometrico, sul cerchio formano un ettagono irregolare ma simmetrico con asse OR. Questo asse è per definizione una retta e passa per il punto R della nota **“re”** e il centro O del cerchio (o, in maniera equivalente, per il punto S# di **“sol diesis”**). Le sette note corrispondono ai sette tasti bianchi del pianoforte, mentre gli altri cinque suoni considerati **“alterazioni”** di quelli suddetti, corrispondono ai tasti neri.

Ettagono della scala temperata delle sette note o “diatonica”.

Il simbolo # si legge "diesis"



Asse di scala (di D)

L'arco fra D e R è di 60° e misura la distanza angolare fra l'asse nominale della scala (passante per D e F#) e l'asse di simmetria (passante per R e S#). Immaginando verticale l'asse RS# e orizzontale il segmento SL, l'ettagono rivela la sua forma a pandoro (si può ruotare il foglio per vederlo meglio).

SCALA DIATONICA TEMPERATA come Ettagono Simmetrico (Irregolare). ASSE RS#

L'angolo fra M e F è di 30° (semitono): Altrettanto è per l'angolo fra X e D'=D sul cerchio.

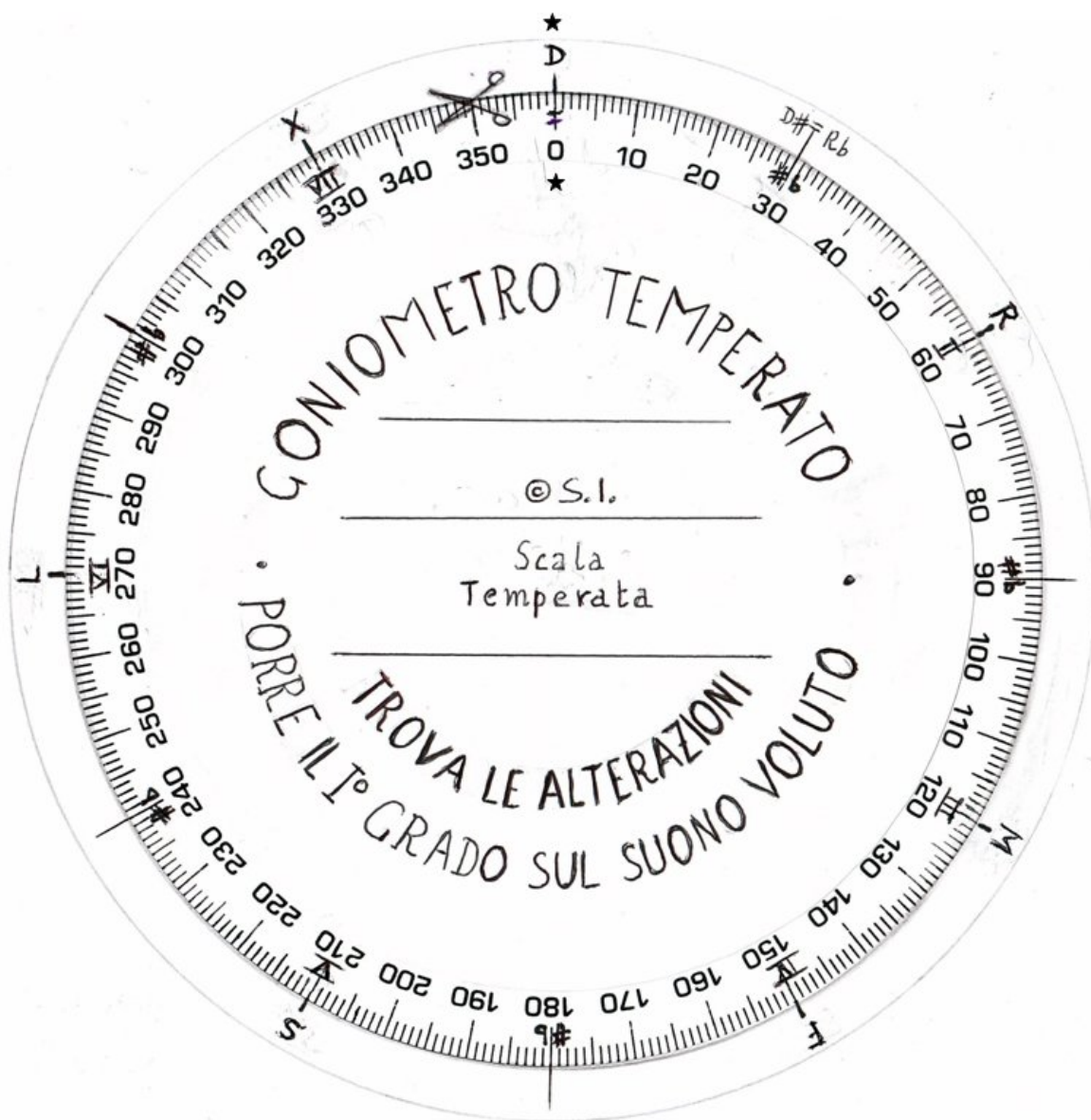
D, D# o Rb, R, R# o Mb, M, F, F# o Sb, S, S# o Lb, L, L# o Xb, X, D'

Partendo dal "do" e salendo in altezza fino al "do" successivo, esprimiamo simbolicamente la scala dodecafonica. Questa scala contiene al suo interno la scala diatonica delle sette note, evidenziate e sottolineate nell'elenco.

Ogni suono intermedio è considerato "alterazione" e può prendere il nome di una delle due note fra cui si trova. P. e., fra D e R abbiamo il D# ("do diesis") che coincide con il Rb (re bemolle).

Tanto per fissare le idee, sulla tastiera del pianoforte questo suono è prodotto abbassando il tasto nero che si trova fra D e R. Non esistono i tasti neri fra M e F, né fra X e D' poiché la distanza fra M e F è un semitono come la distanza fra X e D'. Pertanto, si assume p. e. che M#=F e che Fb = M.

Goniometro temperato. Il goniometro più semplice è quello temperato qui rappresentato.



Il goniometro è composto da un "rotore" interno e da uno "statore" esterno. Possono essere separati uno dall'altro ritagliando il contorno con le forbici o un taglierino.

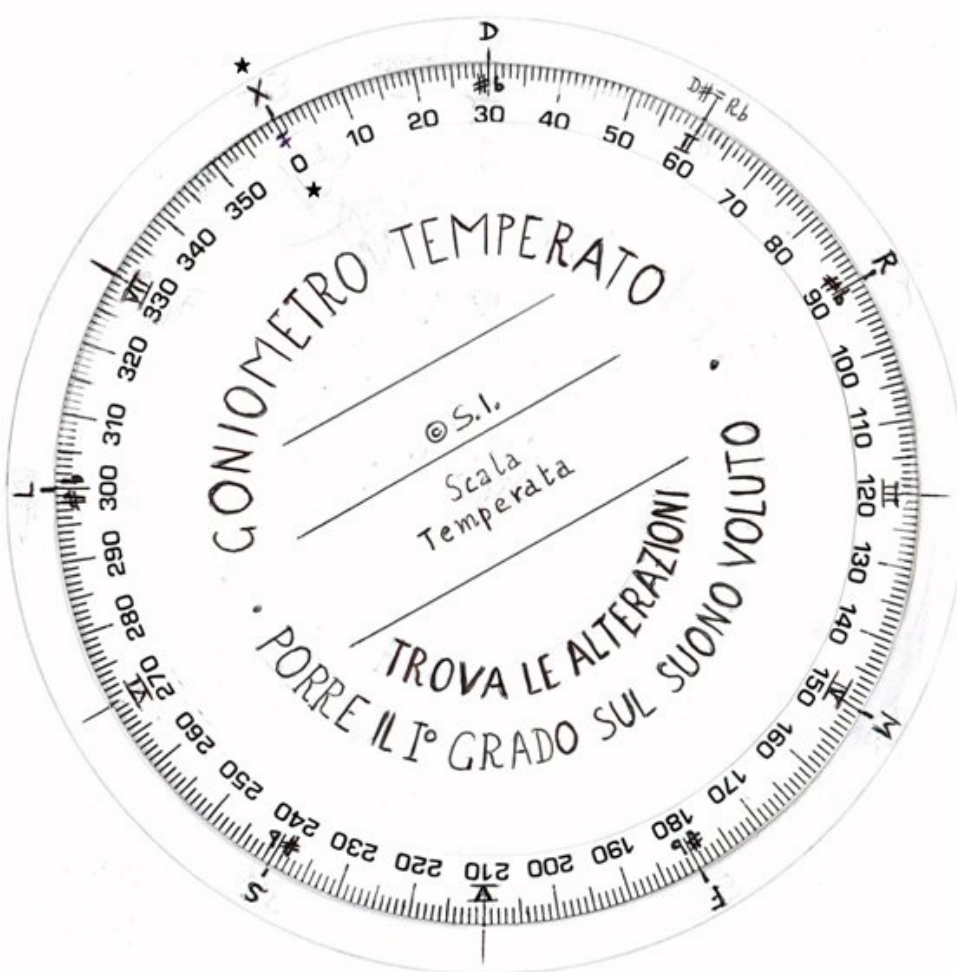
Il rotore è tarato in gradi angolari ed è graduato con i sette gradi della scala diatonica, in numeri romani.
 Una volta ritagliato dallo statore, il rotore può essere fatto liberamente ruotare al suo interno.
 Quando lo 0° angolare coincide con la tacca D dello statore, i gradi della scala diatonica coincidono con le Note, cioè

I°=D, II°=R, III°=M, IV°=F, V°=S, VI°=L, VII°=X, VIII°=D'

(D' si sovrappone alla posizione I° del D). Questa scala è detta "scala di Do maggiore". Inizia e finisce in "do".
 Quando invece lo 0° angolare coincide con una tacca dello statore diversa da D, i gradi della scala diatonica cambiano di nome, ma i rapporti angolari restano invariati; devono però essere riconsiderati rispetto al nuovo suono scelto come I° grado. P. e., se si fa coincidere il I° grado del goniometro con il si (X) si otterranno note e suoni diversi anche per gli altri vari gradi, ma la scala risulta ancora nella successione di toni e semitoni caratteristica della scala diatonica senza alcuna stonatura. La distanza angolare è sempre la stessa fra tutti i gradini : 30°. Si avrà:

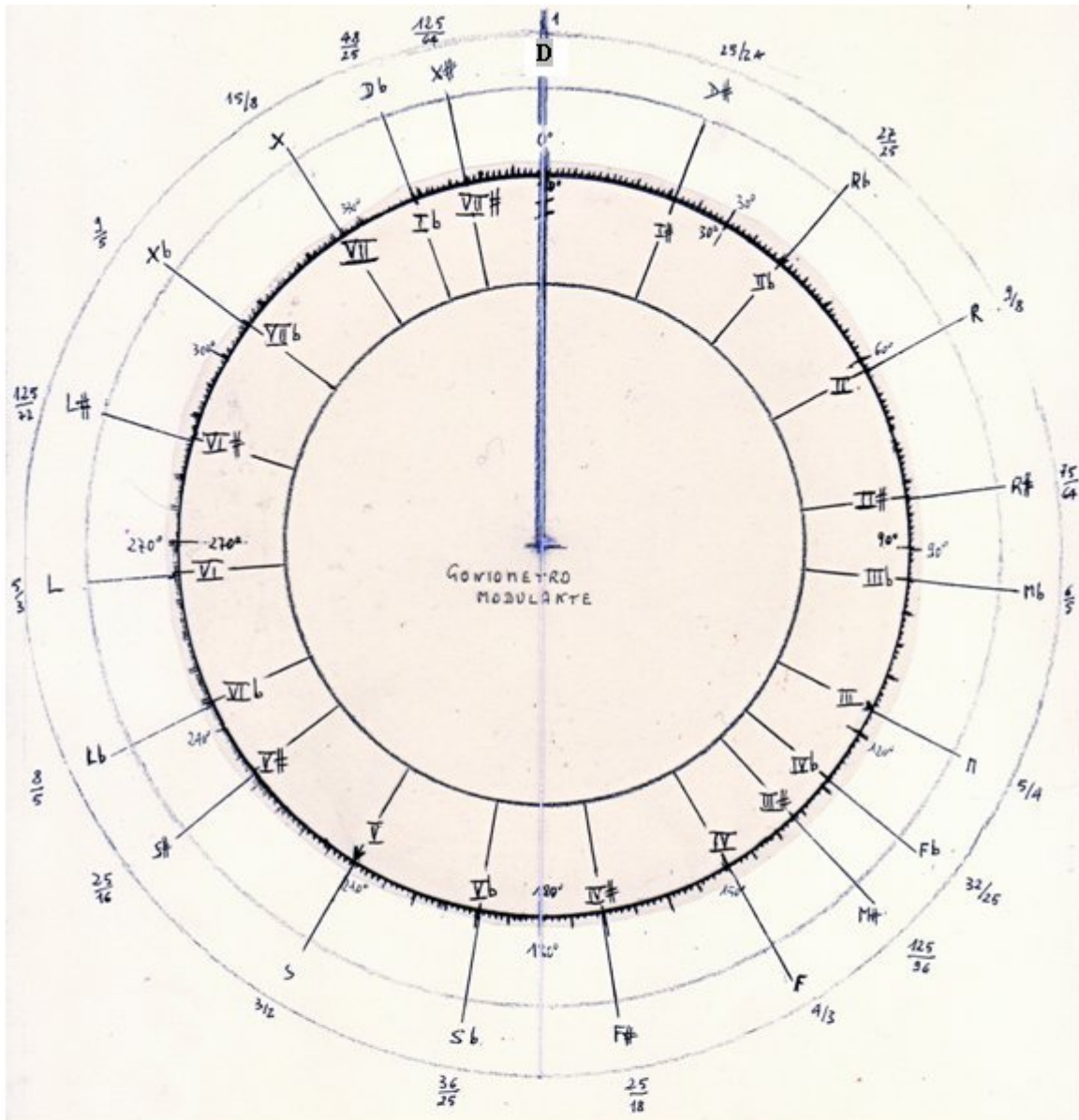
I°=X, II°=D#, III°=R#, IV°=M, V°=F#, VI°=S#, VII°=L#, VIII°=X

Questa nuova scala si chiama "scala di Si maggiore". Naturalmente inizia e finisce in "si".



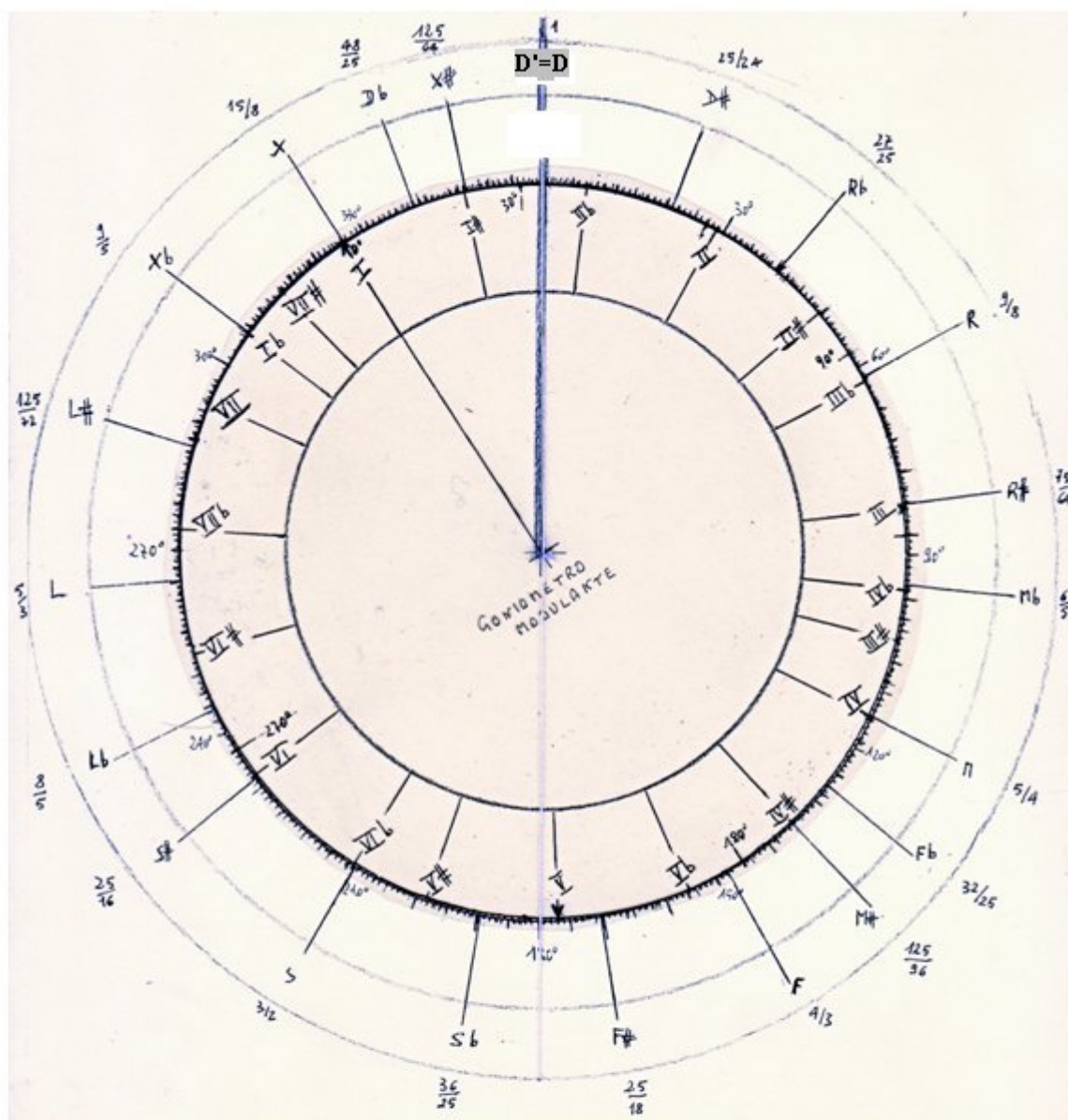
Posizionando il goniometro rotante in modo che il primo grado musicale I stia sul si=X₁ - come in figura - si ottiene: I=X₁, II=D#, III=R#, IV=M, V=F#, VI=S#, VII=L#, VIII=X. La scala diatonica di X maggiore deve dunque contenere cinque diesis. Come si può agevolmente vedere, la scala del X maggiore non è altro che la trasposizione della scala di D maggiore, spostata di un solo semitono, ovverosia di 30° angolari. Una trasposizione analoga è assolutamente impossibile con le scale naturali come il lettore può rendersi conto, osservando il goniometro musicale zarlimiano nei due esempi che seguono, uno con posizionamento del tono I di riferimento sul D e l'altro con posizionamento del I tono sul X. Non essendo i gradi musicali in proporzione ai gradi angolari, la scala in X risulterebbe gravemente stonata.

Goniometro zarliniano. Questo goniometro è costruito per rappresentare la scala naturale di Zarlino completa delle sette note e delle loro alterazioni: queste sono ben sette diesis e sette bemolle. Si ha così un totale di 21 punti, tutti rappresentati sul contorno del cerchio goniometrico.



La scala zarliniana illustrata sul goniometro musicale con tutti i suoi 21 suoni: 7 note, 7 diesis e 7 bemolle.

Ritagliare una copia del disegno con le forbici. Eseguire il taglio sul confine della circonferenza mantenendosi sulla sua parte interna, verso il centro – tra le indicazioni dei gradi musicali in numeri romani e ed i gradi angolari. Posizionare I sul suono voluto e si potrà vedere che gli altri gradi, successivi al I°, non corrispondono in generale ad alcun suono rendendo così la modulazione problematica, o impossibile perché gravemente stonata. L'unica scala perfettamente intonata è dunque quella di D che si ottiene, come in figura, posizionando il I° grado musicale sulla nota D. Sono tollerate le scale con una sola alterazione (S con un # e F con un b) così come si può verificare facilmente posizionando il I° sul S e, rispettivamente, sul F.



Posizionando il I° grado musicale sul si=X come in figura, si può immediatamente constatare che gli altri gradi non trovano un riscontro sonoro perfetto nella scala naturale zarliniana. In particolare, il II° , il V° ed il VII° non trovano alcun suono disponibile e risulterebbero stonati se si utilizzasse un suono pressappoco vicino come per es. D# o Rb per il II°. Satisfacenti risultano invece il III°=R#, il IV°=M, VI°=S#.

Vincenzo Galilei, musicologo e padre di Galileo, sarà uno dei primi - dopo Zarlino - a criticare l'uso delle doppie alterazioni ma la svolta decisiva si avrà soltanto con l'adozione del temperamento "equabile" che dividerà l'angolo giro corrispondente all'ottava in 12 parti uguali, pari a 30° ciascuna.

La scala X ha solo 4 suoni validi: I° = X, III° = R#, IV° = M, VI° = S#

Il cerchio risulta suddiviso in parti angolari ineguali. Il disco interno ruota a piacere per controllare la scala ottenibile di volta in volta con i suoni già previsti dall'accordatura. L'alternativa sarebbe riaccordare lo strumento ogni volta che si volesse cambiare l'altezza tonale, cioè la tonalità. Naturalmente ciò è impossibile. Un cambiamento di accordature è realizzabile soltanto con strumenti già precedentemente accordati e musicisti pronti a intervenire nel cambio. Nell'Oriente asiatico, si usano due orchestre accordate in due scale diverse aventi una sola nota in comune. Prima suona una delle due orchestre, poi - giunti alla nota comune - la prima orchestra tace e interviene la seconda orchestra (A.A.

V. V., 1993). Un metodo moderno che qui proponiamo è usare strumenti elettronici che potrebbero cambiare l'accordatura all'istante. Sarebbe la musica del futuro, aperta verso l'infinito.

Tabella della scala naturale zarliniana. Diamo qui di seguito la *tabella dei rapporti di frequenza* della scala zarliniana e dei relativi *gradi angolari* usata per il calcolo e per la costruzione del goniometro musicale zarliniano. A titolo di curiosità sono riportati anche i valori in cent, naturalmente proporzionali ai gradi angolari.

Per ridurre possibili errori di approssimazione, i valori dei gradi angolari sono calcolati direttamente con la formula che dà α . La dimostrazione della formula si trova in un altro nostro articolo. Entrambi i logaritmi hanno come base il numero di Nepero (questo numero si indica con $e=2,718281828..$). Nelle calcolatrici tascabili e non, il logaritmo neperiano è indicato semplicemente con "ln".

$$\alpha = 360^\circ \frac{\log (f / f_0)}{\log 2}$$

Tabella della scala naturale zarliniana con i valori frazionari, i gradi (e i cent) relativi ai suoni con i loro nomi

D	D#	Rb	R	R#	Mb	M	Fb	M#	F	F#	Sb	S	S#	Lb	L	L#	Xb	X	Db	X#	D'	
1	25	27	9	75	6	5	32	125	4	25	36	3	25	8	5	125	9	15	48	125	2	Numer. / frazione
1	24	25	8	64	5	4	25	96	3	18	25	2	16	5	3	72	5	8	25	64	1	Denomin.
0	21	40,2	61,2	82,2	94,8	115,8	128,4	136,8	149,4	170,4	189,6	210,6	231,6	244,2	265,2	286,2	305,4	326,4	339	347,4	360	gradi
0	70	134	204	274	316	386	428	456	498	568	632	702	772	814	884	954	1018	1088	1130	1158	1200	cent

I valori delle frazioni (p. es. $3/2=1,5$) calcolati fino alla 3ª cifra decimale, sono:

D	1	M#	1,302	L#	1,736
D#	1,042	F	1,333	Xb	1,8
Rb	1,08	F#	1,389	X	1,875
R	1,125	Sb	1,44	Db	1,92
R#	1,172	S	1,5	X#	1,953
Mb	1,2	S#	1,563	D	2
M	1,25	Lb	1,6		
Fb	1,28	L	1,667		

Per il calcolo della posizione dei tasti su una corda (violino, chitarra ..) occorre calcolare la distanza dal capotasto. Queste distanze sono inversamente proporzionali alle frequenze. Basta quindi considerare i reciproci delle frazioni in tabella. P. e. per il do $1/1=1$. Per il re è $8/9$, .. per il do alto (D') è $1/2$.

Conclusione. Abbiamo presentato il goniometro musicale perché ci sembra utile strumento di *ricerca*, prezioso *ausilio didattico*, interessante per lo studio della **composizione e dell'armonia**.

Con questo mezzo potrebbe essere più facile iniziare un cammino per rispondere alle domande che la Musica pone e a cui filosofia, psicologia, fisiologia, musicologia, e persino fisica e matematica non riescono a dare risposte complete, adeguate ed esaurienti.

Osservando che in tutto il mondo la musica è usata con caratteristiche universali, comuni a tutti i popoli, comprendiamo che ci deve essere un motivo "naturale" alla base di questo notevole fenomeno umano. Dappertutto si usano di strumenti per produrre suoni particolarmente "gradevoli" ma non sono ancora del tutto chiari i motivi che li rendono tali.

Alcune domande: "perché la musica piace? Perché a volte riesce a curare un male? Come mai tutti i popoli usano una "scala" discontinua di suoni?" Questa non può essere una coincidenza. "Perché tutte le scale adottano i suoni somiglianti (che diciamo "in rapporto d'ottava"), tanto da attribuire loro lo stesso nome? Come mai si somigliano tutti i "do", e pure tutti i "re", tutti i "mi" e così via".

Neanche queste possono essere coincidenze.

Né è chiaro il motivo per cui una corda o un tubo producano un suono di altezza ben definita anche se vibra in molti “modi” (armoniche) possibili, compatibili con la sua lunghezza e caratteristiche.

Misterioso è il motivo per cui al suono così prodotto – con corde o tubi - attribuiamo l’altezza della vibrazione armonica più lenta e perché esista il fenomeno del “basso virtuale”.

Analoghi problemi, se non più gravi, sono posti dalla percezione del timbro, del ritmo nonché dall’invenzione melodica che non sembra avere regole.

Fra le difficoltà, p. e. Fraisse ne indicava una nella mancanza di un “organo di senso del tempo”. Secondo noi esiste perché comunque lavora, è interno e tanto basta.

I problemi della consonanza e della dissonanza richiedono un interesse non marginale dalla filosofia e dalla psicologia. Le scienze fisiche possono solo precisare le **condizioni** ma non l'**essenza** - pertinente al soggetto - del fenomeno “**gradimento musicale**” che ha invece una prima spiegazione nei nostri articoli “*Verso la comprensione della musica*” e “*Psicopoiesi filosofica e fisica - Momenti del Sé*”.

Abbiamo offerto qui un secondo contributo per meglio comprendere alcuni problemi sulla natura e struttura delle scale. Lo stratagemma proposto è il **goniometro musicale**, tarato in gradi angolari e in gradini musicali. In particolare, è adatto alla comprensione delle scale naturale zarliniana e temperata.

La scala naturale pitagorica ha problemi analoghi a quelli della zarliniana. Pertanto non è qui fornito l’analogo goniometro pitagorico; è comunque facilmente ricavabile seguendo le istruzioni applicando la formula dell’angolo ai rapporti pitagorici.

Bibliografia.

AA. VV. (1993). *Enciclopedia della musica*. Garzanti. Milano.

Frova, A. (1999). *La Fisica nella musica*. Zanichelli.

Incarbone, S., (2008). *Verso la comprensione della musica*. Internet, www.psicopoiesi.it.

Incarbone, S. (2008). *Psicopoiesi filosofica e fisica - Momenti del Sé*. Internet, www.psicopoiesi.it.

Pierce, J. R. (2002) *La Scienza del Suono*. Zanichelli.

Righini P., Righini G., U., (1974). *Il suono*. Tamburini. Milano.

Zarlino. (1559). *Instituzioni Harmoniche* Venezia. Chioggia..

Zarlino (1571). *Dimostrazioni harmoniche*. Venezia, Chioggia.